

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ

ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЛУЖБА  
СТАНДАРТНЫХ СПРАВОЧНЫХ ДАННЫХ  
(ГСССД)

УДК 534-8:534.221

**ТАБЛИЦЫ СТАНДАРТНЫХ СПРАВОЧНЫХ ДАННЫХ**

ЛАЗЕРНЫЕ КРИСТАЛЛЫ (КАЛИЕВЫЕ ВОЛЬФРАМАТЫ  
РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ). УПРУГИЕ КОНСТАНТЫ.  
УПРУГО-ОПТИЧЕСКИЕ МОДУЛИ ДЛЯ ИЗОТРОПНОЙ  
ДИФРАКЦИИ

**ГСССД 320 - 2017**

(ОКОНЧАТЕЛЬНАЯ РЕДАКЦИЯ, тема [RU.3.008-2018](#))

РАЗРАБОТАНЫ ФГУП «ВНИИМС» (с участием специалистов ФБГУ науки «Научно-технологический центр уникального приборостроения» РАН (д.т. н. М.М. Мазур, д.ф.-м.н. В.Э. Пожар, к.ф.-м.н. Д.Ю. Великовский)

РЕКОМЕНДОВАНЫ к утверждению Федеральным государственным унитарным предприятием «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы» (ФГУП «ВНИИМС»)

ОДОБРЕНЫ экспертной комиссией в составе:

д.ф.-м.н. Самохина А.А., д.ф.-м.н. Карабутова А.А., к.ф.-м.н. Капительного А.Г., к.т.н. Попова П.В.

ПОДГОТОВЛЕНЫ к утверждению «Федеральным государственным унитарным предприятием «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы» (ФГУП «ВНИИМС»)

УТВЕРЖДЕНЫ Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии **«31» октября 2017 г. (протокол № 98 - пр )**

УДК 669. /539.5 – 536.6

**ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЛУЖБА  
СТАНДАРТНЫХ СПРАВОЧНЫХ ДАННЫХ**

---

**Таблицы стандартных справочных данных**

Лазерные кристаллы (калиевые вольфраматы редкоземельных элементов). Упругие константы. Упруго- оптические модули для изотропной дифракции	<b>ГСССД 320 — 2017</b>
---	-----------------------------

**Tables of Standard Reference Data**

Laser Crystals (Potassium rare-earth tungstates). Elasticity constants. Elasto-optic modules for isotropic diffraction	<b>GSSSD 320—2017</b>
---	---------------------------




## ДЕПОНИРОВАННАЯ РУКОПИСЬ

УДК 534-8:534.221

Таблицы стандартных справочных данных ГСССД 320 - 2017. Лазерные кристаллы (калиевые вольфраматы редкоземельных элементов). Упругие константы. Упруго-оптические модули для изотропной дифракции. / М.М. Мазур, В.Э. Пожар, Д.Ю. Великовский; Всеросс. научно-исслед. институт метрологической службы. 2017. - 28 с.: Ил. 4. – Библиогр. 16 назв. – Рус. – 5 назв. Деп. в ФГУП «ВНИИМС» 31.10.2017 г., № 899 – 2017 кк.

В таблицах представлены стандартные справочные данные об упругих константах и фотоупругих характеристиках изотропной дифракции лазерных кристаллов калиевых вольфраматов редкоземельных элементов, которые могут быть использованы при проектировании и изготовлении устройств для акустики, акустооптики, акустоэлектроники, ультразвуковой техники.

Упругие константы определены путем решения обратной акустической задачи по скоростям распространения упругих волн, экспериментально измеренных фазоимпульсным методом. Упруго-оптические модули были определены по коэффициентам акустооптического качества, измеренным методом Диксона. Общая погрешность определения упруго-оптических модулей составляет 10%.

Авторы :  М.М. Мазур  
 В.Э. Пожар  
 Д.Ю. Великовский

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Основная часть	6
Таблица 1. Стандартные справочные значения коэффициентов упругости $c_{\alpha\beta}$ кристаллов семейства $KRE(WO_4)_2$ в кристаллофизической системе координат (X, Y и Z).	8
Таблица 2. Стандартные справочные значения коэффициентов акустооптического качества в кристаллах семейства $KRE(WO_4)_2$	10
Таблица 3. Стандартные справочные значения фотоупругих модулей $p_{\alpha\beta}^*$ в диэлектрической системе координат ( $N_m$ , $N_p$ и $N_g$ ) кристаллов семейства $KRE(WO_4)_2$	12
Приложение А (справочное)	14
Приложение Б (справочное)	16
Приложение В (справочное)	20
2. Список литературы	27

## 1. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Настоящие таблицы стандартных справочных данных (ССД) распространяются на упругие константы лазерных кристаллов калиевых вольфраматов редкоземельных элементов и их упруго-оптические модули для изотропной дифракции.

Основой для составления таблиц явились данные, приведенные в методиках ГСССД МЭ 214 – 2013 и МЭ 225 – 2014. Упругие константы (табл. 1) определены путем решения обратной акустической задачи по скоростям распространения упругих волн, экспериментально измеренных фазоимпульсным методом. Упруго-оптические модули (табл. 3) были определены по коэффициентам акустооптического качества (табл. 2), измеренным методом Диксона.

Кристаллы семейства калий-редкоземельных вольфраматов  $KRE(WO_4)_2$  (далее:  $KREW$ ), являются известными лазерными материалами. Например, кристаллы калий-иттербиевого вольфрамата  $KYb(WO_4)_2$  (кратко:  $KYbW$ ) используются для получения импульсного излучения при пассивной модуляции мод [1]. В частности, различными исследователями уже были определены некоторые свойства нескольких из них: калий-гадолиниевого вольфрамата  $KGd(WO_4)_2$  (кратко:  $KGW$ ), наиболее широко используемого из них, калий-лютециевого вольфрамата  $KLu(WO_4)_2$  (кратко:  $KLuW$ ). Также исследовался и калий-иттриевый вольфрамат  $KY(WO_4)_2$  (кратко:  $KYW$ ), который формально не относится к этой группе редкоземельных соединений, но по характеристикам и свойствам близок к этим кристаллам. Изучались и соединения с другими лантаноидами [1]. Это материалы с низкосимметричной элементарной ячейкой кристаллографического класса  $2/m$ , проявляющие оптическую двуосность. Последнее свойство придает исследованию их дополнительную сложность и интерес, поскольку дифракция света на ультразвуковой волне в оптически двуосных средах до сих пор остается недостаточно широко исследованной областью. При выборе

**систем координат** для кристаллов моноклинной сингонии были применены общепринятые рекомендации [3].

- 1) ось  $Z$  направляется вдоль минимального вектора трансляции  $c$  элементарной ячейки кристалла, несовпадающей с осью симметрии второго порядка;
- 2) ось  $Y$  ориентирована вдоль оси симметрии второго порядка таким образом, чтобы система координат  $XYZ$  была правой;
- 3) ось  $X$  лежит внутри тупого угла элементарной ячейки и перпендикулярна осям  $Y$  и  $Z$ .

Другая система координат, называемая диэлектрической, связана с осями оптической индикатрисы:  $N_m$ ,  $N_p$  и  $N_g$ . При этом ось  $N_p$  совпадает с осью симметрии второго порядка кристалла и, соответственно, с осью  $Y$ , а оси  $N_m$  и  $N_g$  лежат в плоскости  $XZ$  и образуют с осями  $X$  и  $Y$  угол  $\alpha$  (см. приложение А). Вследствие дисперсии, значение угла  $\alpha$  зависит от длины волны света  $\lambda$ , и может изменяться в видимом диапазоне почти на  $2^\circ$ . Величина этого угла  $\alpha$  при 632.8 нм для кристаллов семейства KREW, а также плотность материалов, приведены в Табл. А1.

Упругие характеристики определяют механические и акустические свойства кристаллической среды описывают реакцию кристалла на механические нагрузки, что прямо или косвенно учитывается при использовании материала в любом качестве. Эти характеристики играют также ключевую роль при использовании материала в качестве основы функциональных элементов и устройств в акустике, акустооптике, акустоэлектронике, ультразвуковой технике. В кристаллах фазовая скорость звуковой волны зависит как от направления распространения упругой волны, так и от ее поляризации (моды). Полностью эта зависимость определяется тензором упругости материала  $C_{ijkl}$ , а следовательно определение скорости звука не сводится только к одному измерению, а представляет собой сложную многоступенчатую процедуру. При упругой деформации  $S_{kl}$  в кристаллической среде возникают напряжения  $T_{ij}$ , описываемые при малых

деформация законом Гука:  $T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl}$ , где  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ . Коэффициенты  $C_{ijkl}$  носят название коэффициентов упругости (констант жесткости) и составляют тензор четвертого ранга, имеющий 81 элемент. Благодаря свойству симметрии тензора упругости возможно использовать сокращенную (редуцированную) запись  $c_{\alpha\beta}$ , где индексы  $\alpha, \beta = 1, \dots, 6$  получаются попарным сворачиванием индексов  $i, j, k, l$ . В моноклинных кристаллах редуцированная матрица констант жесткости  $c_{\alpha\beta}$  имеет 13 ненулевых элементов. Далее скорости  $V$  собственных мод акустических волн находятся из волнового уравнения

$$C_{jkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

при стандартном поиске решения в виде гармонической функции. Решая обратную задачу, по известным скоростям распространения упругих волн в разных направлениях, теоретически возможно найти константы жесткости  $C_{ijkl}$ .

Таблица 1 –Стандартные справочные значения коэффициентов упругости  $c_{\alpha\beta}$  кристаллов семейства  $KRE(WO_4)_2$  в кристаллофизической системе координат ( $X, Y$  и  $Z$ ).

Константы жесткости	$c_{\alpha\beta} \times 10^9$ , кг/(м·с <sup>2</sup> )				Погрешность, $\times 10^9$ , кг/(м·с <sup>2</sup> )
	KY(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KGd(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KYb(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KLu(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	
$c_{11}$	184,2	181,4	187,5	189,0	0,6
$c_{12}$	84,65	86,3	85,7	86,1	0,6
$c_{13}$	60,88	61,5	60,5	60,6	0,5
$c_{15}$	-23,68	-22,4	-25,7	-26,3	0,4
$c_{22}$	176,8	171,7	182,8	185,2	0,6
$c_{23}$	67,15	67,5	68,2	67,9	0,6
$c_{25}$	-13,72	-12,9	-15,3	-15,3	0,4
$c_{33}$	148,8	135,3	165,4	168,8	0,6
$c_{35}$	3,95	4,8	2,7	2,8	0,1
$c_{44}$	68,85	69,7	68,2	68,5	0,2



Таблица 1 – (окончание)

Константы жесткости	$c_{\alpha\beta} \times 10^9$ , кг/(м·с <sup>2</sup> )				Погрешность, $\times 10^9$ , кг/(м·с <sup>2</sup> )
	KY(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KGd(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KYb(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	KLu(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	
$c_{46}$	-6.81	-2,5	-11,6	-13,4	0,1
$c_{55}$	43,41	41,9	45,2	46,5	0,2
$c_{66}$	34,76	39,5	29,0	26,4	0,1

Абсолютные погрешности приведены в Табл. 1. В погрешность определения констант вносят вклад следующие составляющие:

- погрешность измерения скорости  $\delta V$ ;
- Неопределенность вычисления упругих коэффициентов  $\delta C$ , в том числе ошибки в ориентации образцов;

Подробнее со способом определения упругих констант кристаллов моноклинной сингонии можно ознакомиться в методике ГСССД МЭ 214 – 2013 «Методика экспериментального определения упругих характеристик лазерных кристаллов моноклинной сингонии для задач акустооптики», и в Приложении Б.

Изменения показателя преломления, вызванные бегущей в среде ультразвуковой волной, носят периодический по пространству характер, и для распространяющегося светового пучка они играют роль фазовой дифракционной решетки. В результате селективной (брэгговской) дифракции света на такой структуре происходит отклонение светового пучка с длиной волны, удовлетворяющей условию Брэгга между длиной волны света  $\lambda$  и частотой ультразвука  $f$ . Это явление используется для определения фотоупругих характеристик материала методом Диксона путем сравнения интенсивности дифрагированного (отклоненного) светового потока  $I_d \sim I_i M W_{ac} L^2$  в исследуемой среде и образце из известного материала.

Таблица 2 – Стандартные справочные значения коэффициентов акустооптического качества в кристаллах семейства  $KRE(WO_4)_2$

Ультразвук		Поляризация света	Акустооптическое качество <sup>2</sup> $M \times 10^{15}, s^3/kg$				Коэффициент АО качества
Направление	Поляризация <sup>1</sup>		KYW	KGW	KYbW	KLuW	
$N_m (X')$	$N_m (X')$	$N_m (X')$	0,82	0,75	0,68	0,74	$M_{mm}^{mm}(g)$
		$N_p (Y)$	1,2	1,0	1,3	1,9	$M_{mm}^{pp}(g)$
		$N_g (Z')$	1,4	1,3	1,1	0,9	$M_{mm}^{gg}(p)$
$N_p (Y)$	$N_p (Y)$	$N_m (X')$	2,4	1,8	0,57	1,1	$M_{pp}^{mm}(g)$
		$N_p (Y)$	0,17	0,11	0,30	0,22	$M_{pp}^{pp}(g)$
		$N_g (Z')$	0,94	0,78	0,68	0,57	$M_{pp}^{gg}(m)$
$N_g (Z')$	$N_g (Z')$	$N_m (X')$	11	6,1	8,7	7,7	$M_{gg}^{mm}(p)$
		$N_p (Y)$	11	5,9	7,4	11	$M_{gg}^{pp}(m)$
		$N_g (Z')$	8,3	10,5	14	10	$M_{gg}^{gg}(p)$
$N_g (Z')$	$N_m (X')$	$N_m (X')$	1,3	3,0	0,70	0,77	$M_{gm}^{mm}(p)$
		$N_p (Y)$	0,36	0,54	0,01	0,10	$M_{gm}^{pp}(m)$
		$N_g (Z')$	19	19	15	14,0	$M_{gm}^{gg}(p)$

<sup>1</sup> Указана ось, смещение в направлении которой максимально

<sup>2</sup> Приведены значения фотоупругих модулей в диэлектрической системе координат.

Коэффициент акустооптического качества материала  $M$  (также обозначаемый в литературе  $M_2$ ) определяется эффективным значением фотоупругого модуля  $p_{eff}$  и другими характеристиками материала: плотностью  $\rho$  и показателем преломления кристалла  $n$ , а также скоростью звука.

Определение упруго-оптических характеристик кристаллов осуществлялось в диэлектрической системе координат. Выбор системы

отсчета обусловлен, прежде всего, тем, что при фотоупругом эффекте происходит анализ компонент деформации оптической индикатрисы в ее осях симметрии, т.е. в диэлектрических осях  $N_m$ ,  $N_p$  и  $N_g$ . В работе определены фотоупругие модули верхней половины матрицы  $p_{\alpha\beta}$ , описывающие так называемую изотропную дифракцию, при которой поляризация света сохраняется. Этому соответствуют коэффициенты  $p_{\alpha\beta}$  с первым индексом равным 1 ( $N_m \rightarrow N_m$ ), 2 ( $N_p \rightarrow N_p$ ) или 3 ( $N_g \rightarrow N_g$ ).

При анализе введены следующие обозначения  $M_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\kappa)$  – коэффициент АО качества, измеренный для падающей световой волны, распространяющейся в направлении  $\kappa$  с поляризацией в направлении  $\alpha$ , и принимающей после АО взаимодействия поляризацию  $\beta$ , при дифракции этой волны на акустической волне, распространяющейся в направлении  $\gamma$  со смещением по оси  $\delta$ . При этом для простоты оси диэлектрической системы координат обозначаются следующим образом:  $m$  соответствует оси  $N_m$ ,  $p$  – оси  $N_p$  (которая совпадает с  $Y$ ), а  $g$  – оси  $N_g$ .

Точность результатов определяется двумя факторами. Погрешность измерения коэффициентов АО качества  $M$  определяется точностью измерений и может быть оценена путем анализа погрешности используемых измерительных инструментов, прежде всего фотодетектора. Можно также определить эту погрешность экспериментально, используя в качестве измеряемого образца с известными упруго-оптическими характеристиками, например, образец из того же материала, что и буфер. (В последнем случае отношение коэффициентов  $M$  буфера и кристалла должно быть равно 1.)

Как показали экспериментальные оценки, эта погрешность составляет примерно 20%, что соответствует точности метода Диксона, известной из литературных источников. С учетом того, что  $p \sim M^{1/2}$  относительная погрешность фотоупругих коэффициентов вдвое ниже:  $\Delta p/p \approx \frac{1}{2} \Delta M/M$  и составляет примерно 10%.

Дополнительная составляющая погрешности может возникать при решении системы уравнений (вычислении фотоупругих модулей  $p_{\alpha\beta}$ ). Однако при описанном в методике выборе геометрии дифракции, акустические волны очень близки к собственным модам, а потому сколько-нибудь существенной дополнительной погрешности вычисления не вносят. Величина погрешности результатов может быть также оценена непосредственно с помощью вариации значений  $M_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\kappa)$  в правых частях уравнений в соответствии с разбросом экспериментальных данных и определения величины соответствующих вариаций вычисляемых значений упруго-оптических модулей  $p_{\alpha\beta}$ .

Таким образом, общая погрешность определения упруго-оптических модулей составляет примерно 10% для наибольших значений  $p_{\alpha\beta}$ . Для остальных модулей, значения  $p$  которых могут оказаться близки к нулю, можно считать их абсолютную погрешность той же, что и для наибольших.

Таблица 3 – Стандартные справочные значения фотоупругих модулей  $p_{\alpha\beta}^*$  в диэлектрической системе координат ( $N_m$ ,  $N_p$  и  $N_g$ ) кристаллов семейства  $KRE(WO_4)_2$

	Фотоупругий модуль $p_{\alpha\beta}^*$			
	KYW	KGW	KYbW	KLuW
$p_{11}$	0,12	0,11	0,10	0,10
$P_{12}$	0,17	0,14	0,08	0,11
$p_{13}$	0,33	0,23	0,29	0,28
$p_{15}$	−0,04	−0,05	−0,04	−0,04
$P_{21}$	0,15	0,13	0,14	0,17
$P_{22}$	0,05	0,04	0,05	0,05
$P_{23}$	0,35	0,23	0,29	0,35
$P_{25}$	−0,02	−0,03	−0,02	−0,03
$p_{31}$	0,14	0,13	0,12	0,10
$P_{32}$	0,10	0,09	0,08	0,08
$P_{33}$	0,27	0,28	0,33	0,30
$p_{35}$	−0,14	−0,13	−0,13	−0,13

Результаты также приведены в наших работах [6,7]. Подробнее со способом определения упруго-оптических свойств кристаллов моноклинной сингонии можно ознакомиться в методике ГСССД МЭ 225 – 2014 «Методика экспериментального определения фотоупругих характеристик лазерных кристаллов моноклинной сингонии для задач акустооптики» [8] и в Приложении В.

## Приложение А

(справочное)

Вследствие дисперсии значение угла  $\alpha$  зависит от длины волны света  $\lambda$  и может изменяться в видимом диапазоне почти на  $2^\circ$ . Величина этого угла  $\alpha$  при 632.8 нм для кристаллов семейства KREW, а также плотность материалов, приведены ниже.

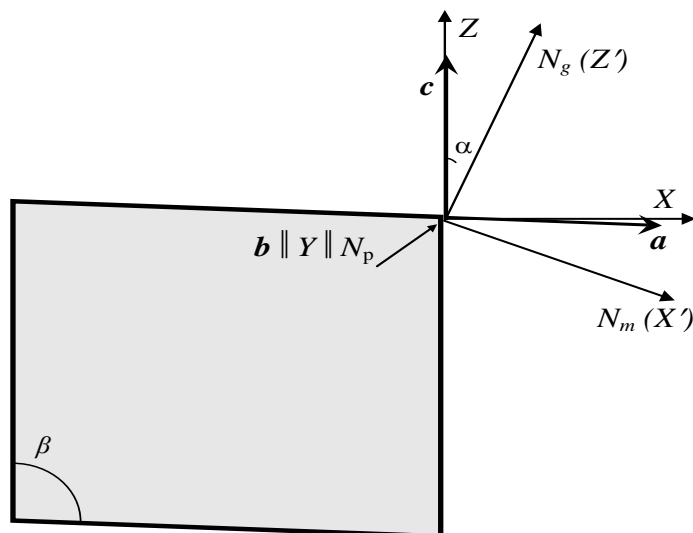


Рис. А1. Используемые системы координат. Вектора  $a$ ,  $b$  и  $c$  составляют базис элементарной ячейки, оси  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  относятся к кристаллофизической системе координат,  $N_m$ ,  $N_p$  и  $N_g$  – оси оптической индикатрисы. Вектор  $b$  и оси  $Y$ ,  $N_p$  направлены перпендикулярно плоскости рисунка и совпадают между собой. Угол между кристаллографическими осями  $\beta \approx 94^\circ$ . Параллелограмм отображает ориентацию граней моноклинного кристалла.

Таблица А1 – Угол между кристаллофизической и диэлектрической осями  $\alpha$  и плотность  $\rho$  кристаллов семейства KREW

	$KY(WO_4)_2$	$KGd(WO_4)_2$	$KYb(WO_4)_2$	$KLu(WO_4)_2$
$\alpha$ при 632.8 нм	<b>17,5°</b> <sup>a</sup> [9]	<b>21,5°</b> [10,11]	<b>18°</b> <sup>b</sup>	<b>17°</b> <sup>b</sup>
$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	<b>6,565</b>	<b>7,216</b> [12]	<b>7,62</b> $\pm$ 0.02 <sup>c</sup>	<b>7,686</b> [13]

- <sup>a</sup> Углы, использованные в дальнейшем в расчетах, для кристаллов KYbW и KLuW были измерены классическим поляриметрическим методом.
- <sup>b</sup> Плотность KYbW была определена путем измерения размеров образца, имевшего форму прямоугольного параллелепипеда, и его взвешивания.

## Приложение Б

(справочное)

Для определения скоростей использовался фазо-импульсный метод, основанный на обратном пьезоэффекте и двух-импульсной модуляции исходного сигнала. Основным элементом установки является буфер – кристалл с прикрепленным к нему излучателем ультразвука (рис. Б2). Исследуемый образец приводят в контакт с буфером, изготовленным из достаточно твердого материала с малым затуханием ультразвука и известными свойствами (например, плавленого кварца), что позволяет ввести в образец ультразвуковой сигнал через жидкую или твердую склейку. Фазовую скорость распространения определяют интерференционным способом, который основан на том, что набег фазы ультразвуковой волны прошедшей в прямом и обратном направлении по исследуемому образцу относительно импульса, отраженного от границы раздела буфер-образец, зависит от частоты ультразвука  $f$

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot (2l / V),$$

где  $l$  – длина образца. Изменяя частоту и измеряя набег фаз (и зная длину образца  $l$ ) можно определить скорость распространения упругой волны  $V$ .

Широко используемый метод эхо-импульсов, основанный на обратном пьезоэффекте, был дополнен фазо-импульсной модуляцией исходного сигнала. Временные задержки при прохождении акустической волны через буфер, изготовленный из известного материала (в описываемой установке, из плавленого кварца), и через кристаллический образец из исследуемого материала, позволяют определять скорость распространения ультразвука. В двухимпульсном методе [14] излучают достаточно короткие импульсы (длительностью много меньше времени пробега через буфер  $T_{\text{буф}}$  и образец  $T_{\text{обр}}$ ), причем второй импульс посылают с такой задержкой  $T_{\text{зад}}$ , чтобы после отражения от границы раздела буфер-образец он перекрывался с первым импульсом, вернувшимся в буфер после двойного прохождения через



образец (рис. Б2):  $T_{\text{зад}} \approx 2T_{\text{обр}}$ . Амплитуду второго импульса подбирают таким образом, чтобы амплитуды складывающихся импульсов оказывались примерно равны, обеспечивая таким образом максимальный размах изменений перекрывающихся частей: практически от нуля до удвоенной амплитуды возвращающихся импульсов.

Регистрацию разности фаз удобно вести визуально по осциллографу: если импульсы складываются в фазе, то в области перекрытия они складываются и наблюдается «всплеск» (рис. Б2,а), а если в противофазе, то гасят друг друга и наблюдается «провал» на осциллограмме (рис. Б2,б).

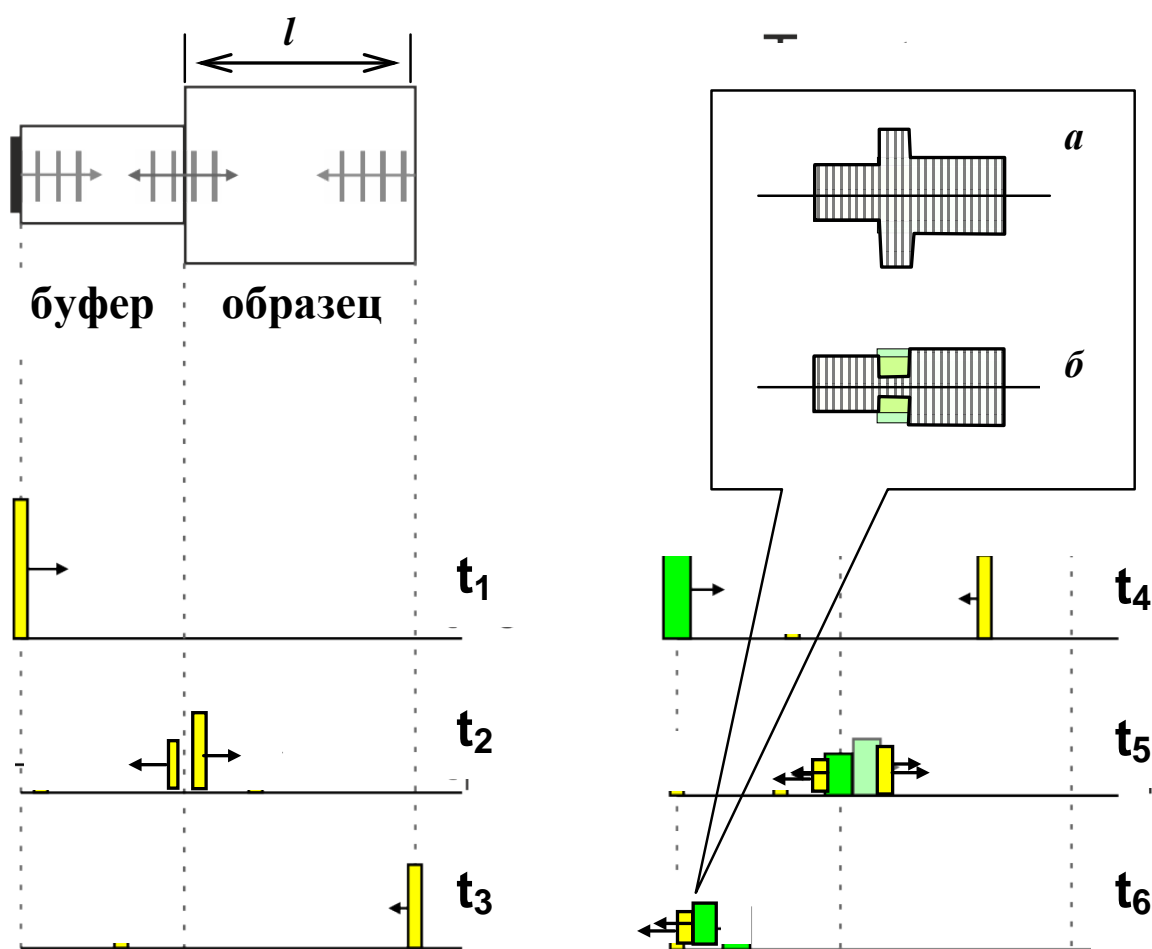


Рис. Б2. Схема регистрации разности фаз отраженных импульсов.

Первый и второй импульсы (обозначенные разными цветами/оттенками), различающиеся по амплитуде и длительности, показаны в 6 разных моментов времени:

$$t_1 = 0; \quad t_2 = T_{\text{буф}}; \quad t_3 = T_{\text{буф}} + T_{\text{обр}}; \quad t_4 = T_{\text{зад}};$$

$$t_5 = T_{\text{буф}} + 2T_{\text{обр}} = T_{\text{зад}} + T_{\text{буф}}; \quad t_6 = 2T_{\text{буф}} + 2T_{\text{обр}}.$$

На выноске приведена форма двух перекрывающихся импульсов в случае синфазного (а) и противофазного (б) сложения импульсов.

Перестраивая частоту звука, регистрируют последовательно чередование сложения импульсов в фазе и в противофазе. С учетом того, что каждая пара чередований соответствует сдвигу фаз на  $2\pi$ , можно определить «шаг» чередования по частоте:  $\Delta\nu = \Delta f / m$ , где  $m$  – число шагов,  $\Delta f$  – соответствующий диапазон перестройки по частоте. Окончательно скорость вычисляется по формуле

$$V = \Delta\nu \cdot 2l.$$

В качестве буферов используются плоскопараллельные образцы из плавленого кварца длиной примерно от 30 до 90 мм, на которые нанесены ультразвуковые преобразователи продольной или сдвиговой акустических волн. Измерения выполняются в соответствующем частотном диапазоне порядка 10÷150 МГц. Исследуемый образец прижимается к кварцевому буферу через жидкую эпоксидную смолу. Измеряется порядка 100-300 частотных резонансов в зависимости от размеров образца.

Погрешности определения констант определены с помощью следующих шагов:

А. Оценка погрешности измерения и вычисления скоростей может быть проведена по формуле

$$\frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{\sigma_f^2}{(\Delta f)^2} + \frac{\sigma_l^2}{l^2},$$

где  $\sigma$  – дисперсии (среднеквадратичные отклонения) соответствующих величин.

При длине образца 10 мм, точности измерения 0.01 мм, диапазоне перестройки 100 МГц и точности измерения 10 кГц относительная точность

определения скорости составит примерно 0.1%. Таким образом, использование фазо-импульсного метода позволило в 5-10 раз повысить точность определения скорости распространения упругих волн, по сравнению с широко используемым методом эхо-импульсов.

При оценке погрешности определения скоростей следует учесть точность ориентации осей образца. При отклонении 3' погрешность составит не более 0.1%.

Б. Погрешность расчетов можно определить, варьируя значения измеренных скоростей, и регистрируя отклонения в вычисленных эффективных скоростях. Разброс значений наиболее велик для наибольших (диагональных) членов и составляет примерно 0.2%, что в абсолютных единицах дает порядка 10 м/с.

В. Окончательно погрешность определения констант жесткости определяется формулой

$$\frac{\sigma_c^2}{C^2} = \frac{\sigma_s^2}{S^2} + \frac{\sigma_\rho^2}{\rho^2},$$

где  $\rho$  – плотность. Если точность измерения плотности намного выше, чем у остальных величин, то окончательно погрешность определения констант жесткости составит примерно 0.2%. Для некоторых материалов, например KGW, разброс приводимых в литературе данных по плотности составляет свыше 2% [15], так что для них окончательная погрешность констант жесткости определяется точностью измерения плотности.

## Приложение В

(справочное)

Фотоупругие характеристики определяются свойствами кристаллической среды. Они зависят от акустической и оптической анизотропии и в общем случае описываются тензором  $p_{ijkl}$ . Определение фотоупругих характеристик не может быть сведено к нескольким измерениям, а представляет собой сложную многоступенчатую процедуру.

Изменение компонент тензора диэлектрической непроницаемости (описывающего эллипсоид Френеля)  $\Delta B_{ij}$  прямо пропорционально величине упругой деформации кристалла  $S_{kl}$  [2]:

$$\Delta B_{ij} = P_{ijkl} \cdot S_{kl} ,$$

При этом упруго-оптические коэффициенты (модули)  $P_{ijkl}$  образуют тензор четвертого ранга. Изменения оптической индикатрисы, описываемой тензором диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij}$ , даются следующим выражением:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ik} \varepsilon_{jl} P_{klmn} S_{mn} .$$

Эти изменения в абсолютном выражении обычно не превышает  $10^{-4}$ .

В справочных материалах удобнее использовать сокращенную (редуцированную) запись упруго-оптического тензора коэффициентов, которая основана на симметрии тензора  $P_{ijkl}$  по первой и второй парам индексов ( $P_{ijkl} = P_{jikl}$ ,  $P_{ijkl} = P_{ijlk}$ ). Редуцированная матрица имеет вид  $p_{\alpha\beta}$ , где индексы  $\alpha, \beta = 1, \dots, 6$  получаются сворачиванием индексов  $i, j, k, l$  4-х-рангового тензора по следующему правилу:  $11 \rightarrow 1$ ;  $22 \rightarrow 2$ ;  $33 \rightarrow 3$ ;  $12, 21 \rightarrow 6$ ;  $13, 31 \rightarrow 5$ ;  $23, 32 \rightarrow 4$ . В самом общем случае (в триклинных кристаллах) редуцированная матрица  $p_{\alpha\beta}$  имеет 36 независимых элементов [3], а в кристаллах моноклинной сингонии – 20 элементов.

$$p_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & p_{15} & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & p_{25} & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & 0 & p_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & p_{46} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & 0 & p_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{64} & 0 & p_{66} \end{pmatrix}$$

Изменения показателя преломления, вызванные бегущей в среде ультразвуковой волной, носят периодический по пространству характер, так что для распространяющегося светового пучка они играют роль фазовой дифракционной решетки. В результате селективной (брэгговской) дифракции света на такой структуре происходит отклонение светового пучка с длиной волны, удовлетворяющей условию Брэгга между длиной волны света  $\lambda$  и частотой ультразвука  $f$ . Это явление используется для определения фотоупругих характеристик материала по интенсивности дифрагированного (отклоненного) светового потока

$$I_d \sim I_i M W_{ac} L^2.$$

Здесь  $I_i$ ,  $I_d$  – интенсивность падающего и дифрагированного потока света,  $W_{ac}$  – мощность акустической волны,  $L$  – длина пути световых лучей в пределах акустического пучка,  $M$  – коэффициент акустооптического качества материала (также обозначаемый в литературе  $M_2$ ):

$$M = \frac{n_i^3 n_d^3}{\rho V^3} p_{eff}^2,$$

выражаемый через эффективное значение фотоупругого модуля  $p_{eff}$  и другие характеристики материала: плотность  $\rho$  и показатели преломления кристалла  $n$ , а также скорости звука  $V$ . В общем случае эффективное значение  $p_{eff}$  выражается через линейную комбинацию элементов тензора  $p_{\alpha\beta}$  [16,17]

Данный подход известен в акустооптике как метод Диксона. Одной из принципиальных проблем этого метода является то, что коэффициент акустооптического (АО) качества  $M$  выражается квадратично через значение фотоупругого модуля  $p_{eff}$ . Потому из значения  $M$  нельзя напрямую найти

знак соответствующего фотоупругого модуля. В некоторых простых геометриях значение имеет только абсолютная величина фотоупругого коэффициента, но в общем случае знак величины важен, поскольку эффективное значение фотоупругого модуля  $p_{eff}$  определяется как алгебраическая сумма нескольких коэффициентов  $p_{\alpha\beta}$ .

Знак коэффициентов важен также при пересчете матрицы к другой системе координат. Ниже будем считать, как это общепринято, что матрица определяемых фотоупругих коэффициентов  $p_{\alpha\beta}$  относится к кристаллофизической системе координат  $X, Y, Z$ . Описываемый метод определения фотоупругих характеристик относится к упруго-оптическим модулям верхней половины матрицы, описывающим так называемую изотропную дифракцию, при которой поляризация света сохраняется. Этому соответствуют коэффициенты  $p_{\alpha\beta}$  с первым индексом равным 1 ( $X \rightarrow X$ ), 2 ( $Y \rightarrow Y$ ) или 3 ( $Z \rightarrow Z$ ). Метод предполагает проведение основных измерений показателей АО качества  $M$  в системе координат, связанной с диэлектрическими осями. При этом используют продольные и сдвиговые акустические моды.

Метод Диксона для определения показателя АО качества  $M$  предполагает вычисление коэффициента дифракции света по результатам сравнительных измерений, выполняемых в одинаковых условиях в исследуемом и известном материалах (рис. В1). В качестве известного (референтного) материала целесообразно взять всесторонне исследованный материал, например, плавленый кварц [18]. Выбор изотропного материала позволяет упростить измерительные процедуры за счет отсутствия сноса акустического пучка в материале. Возбуждение акустической волны в образце осуществляется посредством плотного контакта его с кристаллом-буфером, изготовленным из референтного материала и имеющим прикрепленный акустический излучатель. Для возбуждения разных мод ультразвука можно использовать два буфера, или один с двумя

пьезопреобразователями (например, на основе  $\text{LiNbO}_3$ ) – для возбуждения продольной и поперечной акустической волны.

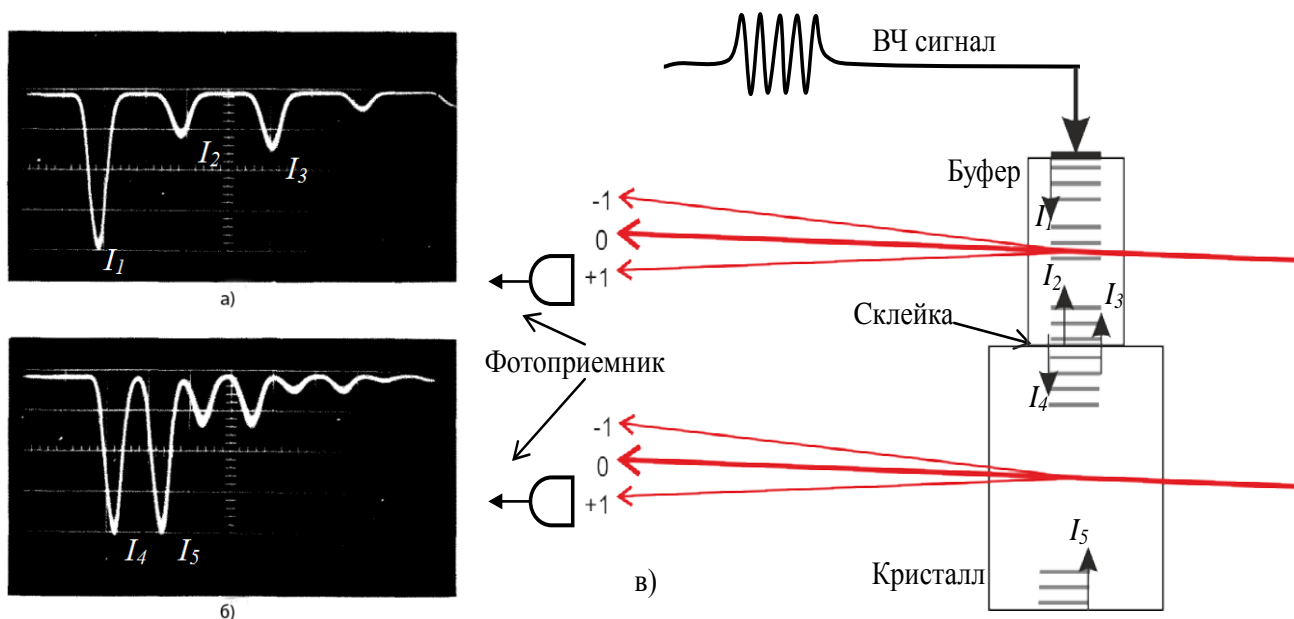


Рис. В1. Принцип измерений АО качества кристаллов по методу Диксона.

(а) и (б) – осциллограммы, полученные фотодетекторами в дифракционном порядке в буфере и кристалле (взяты для иллюстрации из работы [5]);

(в) – схема распространения акустических импульсов и оптических пучков;

$I_1$  – исходный импульс;  $I_2$  – отраженный в буфере импульс;

$I_3$  – вернувшийся из кристалла импульс;

$I_4$  – прошедший в кристалл импульс;

$I_5$  – отраженный от торца кристалла импульс.

Обычно используется генератор высокочастотных сигналов, синхронизированный с фотодетектором (см. рис. В2), для питания пьезопреобразователя. Для изотропной дифракции частоты ультразвука обычно лежат в пределах 25-100 МГц, в зависимости от частоты согласования АО буфера. Для наблюдения анизотропной дифракции, в

зависимости от геометрии взаимодействия, необходимые частоты лежат выше 150 МГц.

Исследуемый образец прикрепляется к буферу с помощью клеевого материала, пропускающего используемые в измерениях ультразвуковые волны, например, жидкой эпоксидной смолы для продольной моды, или цианокрилатного клея для сдвиговых волн. В качестве источника света в эксперименте следует использовать монохроматический коллимированный источник, например, He-Ne лазер. Акустические волны в буфере должны возбуждаться на частотах, соответствующих дифракции света на них при выбранном угле падения.

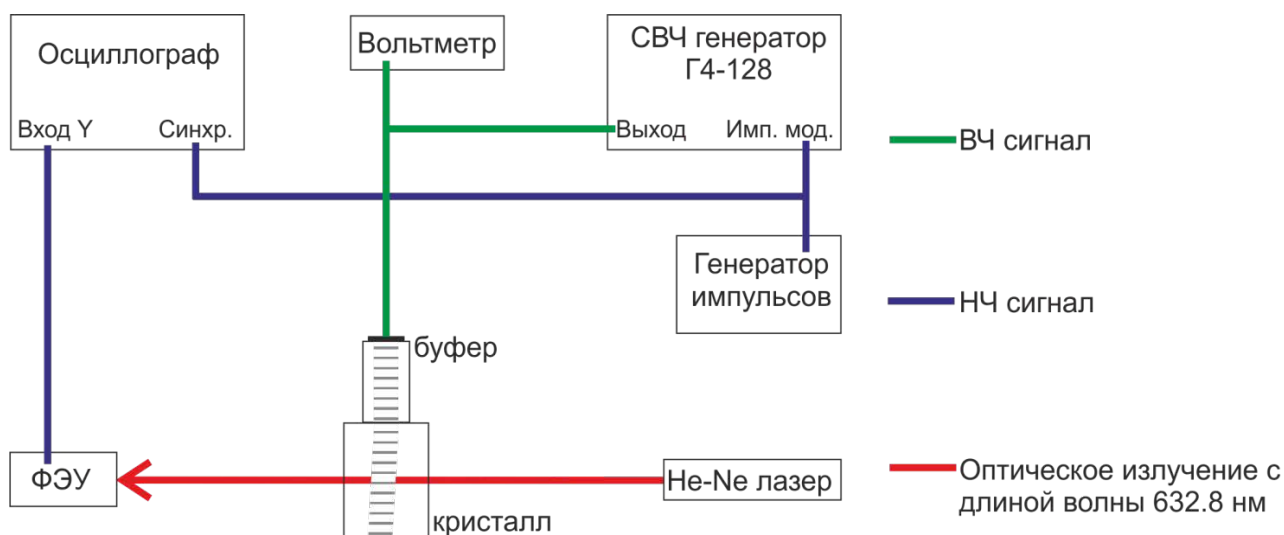


Рис. В2. Пример блок-схемы измерительной установки.

Измерения заключаются в регистрации эффекта дифракции светового пучка на акустическом импульсе, возбуждаемом пьезопреобразователем и распространяющемся последовательно в буфере и кристалле. В соответствие с формулой амплитуда сигнала, регистрируемого фотоприемником в +1 или в -1 порядках дифракции, прямо пропорциональна мощности соответствующего ультразвукового импульса и коэффициенту АО качества  $M$  данного кристалла, а зависимость от длины взаимодействия сокращается, т.к. ширина пучка одинакова в буфере и кристалле<sup>1</sup>. Экспериментальная

<sup>1</sup> При размере излучателя ~0.5 см и размерах кристаллов до 5 см дифракционная расходимость ультразвука пренебрежимо мала. Следует избегать измерений в направлениях аномально высокой фоновой



схема (рис. В2) позволяет пренебречь зависимостью от интенсивности падающего светового пучка, поскольку и буфер, и кристалл освещаются последовательно одним и тем же источником. Различие оптических коэффициентов пропускания для буфера и кристалла в измерительной формуле устранено путем нормировки на интенсивность лазерного излучения прошедшего через буфер  $I_{ref}$  и излучения прошедшего через кристалл  $I_{cr}$  в отсутствие акустических импульсов, что справедливо при небольших углах дифракции света.

Акустические потери при распространении звука в кристалле и его прохождении через склейку, а также потери при отражении звуковой волны от свободной грани, сокращаются при использовании следующей безразмерной комбинации амплитуд сигналов [5]:

$$M = M_{ref} \sqrt{\frac{I_4 \cdot I_5}{I_1 \cdot I_3}} \cdot \frac{I_{cr}}{I_{ref}}.$$

Здесь  $M_{ref}$  – коэффициент акустооптического качества референтного кристалла (буфера), который, например, для плавленого кварца составляет  $M_{ref} = 1.56 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$  (при дифракции на продольной волне). Нумерация импульсов приведена на рис. В1.

Из соображений удобства лучше использовать лазер с круговой поляризацией света, что позволит иметь одинаковую интенсивность падающего на образец света при любой ориентации поляризатора.

Перед проведением измерений должна производиться юстировка кристалла. Сначала исследуемый образец следует установить так, чтобы падение света на его грань было нормальным. Затем, перемещая оптический столик с закрепленным образцом вертикально и горизонтально относительно направления распространения света (вверх-вниз и вправо-влево), необходимо выбрать положение кристалла, при котором интенсивность дифрагированного света наиболее высока. Далее, наклоном образца

---

расходимости (дефокусировки), если они есть в кристалле. Также следует юстировать систему таким образом, чтобы акустический пучок не попадал на стенки образца и буфера.

относительно горизонтальной оси определяется угол максимальной интенсивности дифракции, т.е. угол Брэгга.

Выбор направления поляризации падающего света по одной из диэлектрических осей ( $N_m$ ,  $N_p$ ,  $N_g$ ) осуществляется с помощью входного поляризатора. При необходимости<sup>2</sup> контролировать поляризацию выходящего из образца излучения можно с помощью анализатора, установленного параллельно поляризатору (при наблюдении изотропно дифракции).

Длительность акустических импульсов должна быть, по меньшей мере, в 2 раза меньше, чем время пробега ультразвука по кристаллу, а период следования серии ультразвуковых импульсов должен быть много больше, чем период полного прохода ультразвука по системе буфер-кристалл.

---

<sup>2</sup> Например, для оценки возможного влияния оптической активности.

## 2. Список литературы

1. U. Griebner, S. Rivier, V. Petrov, M. Zorn, G. Erbert, M. Weyers, X. Mateos, M. Aguiló, J. Massons, F. Diaz. // Opt. Exp. 13. Pp.3465–3470 (2005).
2. D. Kasprowicz, M.G. Brik, A. Majchrowski, E. Michalski, P. Gluchowski. // [Journal of Alloys and Compounds](#). Vol. 577. Pp. 687–692 (2013).
3. Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. Основы кристаллофизики. // М: Наука, 1979.
4. М.М. Мазур, В.Э. Пожар, Д.Ю. Великовский. Методика ГСССД МЭ 214 - 2013. 22 с.
5. R.W. Dixon, M.G. Cohen. // Appl. Phys. Lett. V. 8, No. 8. Pp. 205-206 (1966).
6. M.M. Mazur, D.Yu. Velikovskiy, L.I. Mazur, A.A. Pavluk, V.E. Pozhar, V.I. Pustovoi. Elastic and photo-elastic characteristics of laser crystals Potassium Rear-Earth Tungstates  $KRE(WO_4)_2$ , where RE = Y, Yb, Gd and Lu. Ultrasonics, 2014, V.54, No.5. P.1311–1317. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ultras.2014.01.009>
7. M.M. Mazur, L.I. Mazur, V.E. Pozhar. Specific directions of ultrasound propagation in double potassium tungstates for light modulation. Ultrasonics, 2017, V.73, P.231–235. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ultras.2016.08.008>
8. М.М. Мазур, В.Э. Пожар, Д.Ю. Великовский. Методика ГСССД МЭ 225 - 2014. 28 с.
9. A. Kaminskii, A. F. Konstantinova, V. P. Orekhova, A. V. Butashin, R. F. Klevtsova, A. A. Pavlyuk **Optical and nonlinear laser properties of the  $\chi^{(3)}$ -active monoclinic  $\alpha$ -KY(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>**. [Crystallography Reports](#), Volume 46, [Issue 4](#), pp 665-672 (2001).
9. P.A. Loiko, K.V. Yumashev, N.V. Kuleshov, G.E. Rachkovskaya, A.A. Pavlyuk. **Detailed characterization of thermal expansion tensor in monoclinic KRe(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> (where Re = Gd, Y, Lu, Yb)**. Optical Materials Vol. 34. Issue 1, pp. 23–26 (2011). <http://dx.doi.org/10.1016/j.optmat.2011.07.007>

10. *M.C. Pujol, M. Rico, C. Zaldo, R. Sole, V. Nikolov, X. Solans, M. Aguilo, F. Diaz.* **Crystalline structure and optical spectroscopy of Er<sup>3+</sup>-doped KGd(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> single crystals.** Applied Physics B, Vol. 68, Issue 2, pp.187-197 (1999).
11. *A.A. Kaminskii, J.B. Gruber, S.N. Bagaev, K. Ueda, U. Hommerich, J.T. Seo, D. Temple, B. Zandi, A.A. Kornienko, E.B. Dunina, A.A. Pavlyuk, R.M. Klevtsova, F.A. Kuznetsov.* **Optical spectroscopy and visible stimulated emission of Dy<sup>3+</sup> ions in monoclinic α-KY(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> and α-KGd(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> crystals.** Physical Review B, Vol. 65, pp. 125108:1-29 (2002).
12. *Hongyang Zhao, Jiyang Wang, Jing Li, Jianxiu Zhang, Huaijin Zhang, Minhua Jiang.* **Growth, optical and thermal properties of Yb, Tm:KLu(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>.** Journal of Crystal Growth, Vol. 293, Issue 1, pp.223–227 (2006). <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcrysgr.2006.05.010>
13. *H.J. McSkimin.* **Ultrasonic Measurement Techniques Applicable to Small Solid Specimens.** // Journ. Acoust. Soc. Amer., v.22, p.413, 1950.
14. *D.Kasporowicz, S.Mielcarek, A.Trzaskowska, A.Majchrowski, E.Michalski and M.Drozdzowski.* **Elastic properties of KGd(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>:Ho<sup>3+</sup> single crystals studied by Brillouin spectroscopy.** Cryst. Res. Technol. 2007. Vol. 42. № 12. Pp 1370-1375.
15. *Дж. Най.* Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967.
- Э. Дьелесан, Д. Руайе.* Упругие волны в твердых телах. Пер. с фр., М.: Наука, 1982.